



*Paths Toward Understanding Black Holes*

D.R. Mayerson

---

# Summary

*Die schlechtesten Leser sind Die, welche wie plündernde Soldaten verfahren: sie nehmen sich Einiges, was sie brauchen können, heraus, beschmutzen und verwirren das Übrige und lästern auf das Ganze.  
(The worst readers are those who act like plundering soldiers: they take out some things that they might use, cover the rest with filth and confusion, and revile the whole.)*

— F. Nietzsche, *Menschliches, Allzumenschliches*, II.137

This thesis contains a collection of research that aims towards the broad goal of understanding black holes and their properties better, in the context of string theory.

## Background

The 20th century has seen many leaps forward in our understanding of fundamental physics, as explained (in popular-scientific style) in chapter 1. Most notably, the theories of quantum mechanics (as well as quantum field theory) and general relativity have led to a profound understanding of the workings of the universe. Quantum mechanics, in the guise of the standard model of particle physics, has been immensely successful and accurate at predicting and explaining particle accelerator experiments, while general relativity has explained gravitational phenomena at very large scales, ranging from planetary to cosmological.

Even though both theories are very successful, it seems very difficult to reconcile them with each other as they describe the world from very different viewpoints. For most practical purposes, since we use quantum mechanics on small scales and general relativity on much larger scales, there is no problem as it is clear which of the two theories is applicable. However, certain systems that contain a very large amount of matter on very small scales should in principle be described by a union of the two theories – a theory of quantum gravity. One such inherently quantum gravitational system occurs when a large amount of matter is completely squeezed together in one spot in a *black hole*, which is covered by a horizon through which even light cannot escape (classically). Black holes thus provide an arena in which one can try to study and understand quantum gravity effects.

There are two central (not unrelated) problems with black holes, explained in

chapter 4 and in popular-scientific terms in chapter 1. A first problematic feature is that black holes must be assigned a thermodynamic entropy. Since entropy should also be related to a counting of microstates of a particular macrostate, this implies black holes should perhaps be considered to be a macroscopic coarse-graining of microstates, but it is entirely unclear what these microstates could be. The second problem is known as the “information paradox”: black holes have been shown to radiate from their horizon when quantum effects are taken into account. This radiation can be derived semi-classically to be thermal. At some point this semi-classical approximation must break down, since thermal radiation cannot contain any information on the matter that formed the black hole and we expect to be able to extract this information if we collect the black hole radiation over a long enough period. It is also unclear what this precise mechanism for radiation could be, how it will behave and in particular how it can deviate from thermality.

One candidate theory of quantum gravity, as explained (again, in popular-scientific style) in chapter 2, is string theory. String theory provides a theoretical framework where gravity and quantum mechanics are unified in a consistent way, and has provided many deep insights into the nature of gravitational physics over its development. One such development is the AdS/CFT correspondence and holography in general, in which string-theoretical insights into the dynamics of D-branes have taught us that gravitational theories seem to be equivalent to a field theory living in a dimension less. If string theory is truly a consistent theory of quantum gravity, it must also provide answers to the two black hole paradoxes mentioned above; the broad motivation of the research in this thesis is to understand how this might happen by studying related aspects of string theory and black holes in string theory.

## Research Results

The research in this thesis is divided into three chapters, loosely covering the subjects of exotic branes, higher-derivative corrections, and multi-centered solutions; these topics and their contexts are each introduced in chapter 4. The research results of this thesis are also presented in popular-scientific style in chapter 3.

### Exotic Branes

Exotic branes are extended objects in string theory that have certain very unconventional properties that make them extremely interesting and “exotic” (contrasted with the regular branes such as D-branes). The root of these properties is the fact that codimension-two (i.e. spanning seven spatial dimensions in 10d string theory) exotic branes can have a  $U$ -duality monodromy as we travel around

such a brane. Since  $U$ -duality generically mixes the metric with other fields, this means exotic branes can have multi-valued metrics and are thus non-geometric objects. The  $U$ -duality monodromy of the brane is the only meaningful way to define charge for these exotic branes, but this also makes the branes very hard to classify as the exotic brane charges thus do not fall into charge lattices.

Exotic branes can be important for black hole physics as it has been shown that certain black hole microstates (see the fuzzball proposal mentioned below) should be constructed using exotic brane dipole charge. This means that the exotic brane charges would be invisible from far away (as the microstate must look like the black hole at large distances), but would play a role at distances close to the horizon of the black hole. It is thus of great importance to have a classification of which exotic branes exist and can preserve given amounts of supersymmetry, in order to be able to construct and count black hole microstates with exotic charges.

Chapter 5 gives steps towards the classification of these exotic branes. Codimension-two exotic branes can be compactified to three dimensions, where they are simply point particles. A full classification of supersymmetric solutions in three dimensions is provided; while this provides some insight in exotic branes, it is difficult to relate the supersymmetry classification to a classification of exotic branes as the former does not seem to be immediately related to the monodromies of possible exotic branes. Still, a plethora of examples is investigated and some general clues are found for general principles of such a classification.

### Higher-Derivative Corrections

String theory contains Einstein (two-derivative) gravity in the limit of small quantum corrections and negligible string length. Thus, there exist stringy corrections to Einstein gravity, which are still classical but are due to the finite length of the string. These  $\alpha'$ -corrections can be seen as higher-derivative corrections to Einstein gravity, where we add extra terms with four or more derivatives to the usual gravitational Lagrangian. Such higher-derivative corrections to gravitational solutions should be small everywhere except in regions where the curvature scale approaches the string length; in such regions, these higher-derivative corrections could provide qualitative differences in the geometry.

Higher-derivative gravitational corrections should also have a holographic dual in the AdS/CFT correspondence. Indeed, they correspond to  $1/\lambda$  or  $1/N$  corrections to quantities we can compute holographically in the large  $N$ , large  $\lambda$  limit of classical Einstein gravity; these provide non-trivial checks of the holographic duality involved. In chapter 6, a particular system of M5-branes wrapped on one and two Riemann surfaces is studied from a holographical viewpoint. The higher-derivative corrections on the gravity side of this system are found and it is shown that the

$1/N$  corrections that these imply for the relevant field theory central charges are exactly reproduced. Along the way, an interesting new and previously unexpected higher-derivative correction in the hypermultiplet sector is found and argued to be crucial to the story.

### Multi-Centered Solutions & Fuzzballs

One particular paradigm within string theory that aims to resolve the black hole problems in gravity mentioned above is the so-called fuzzball proposal. In the fuzzball picture, a black hole should be viewed as a coarse-graining over stringy microstates (explaining the entropy assigned to a black hole); the inherent stringy nature of these microstates causes the charge and mass of the black hole to be spread out over the interior of the black hole. This smeared-out interior thus replaces the ill-behaved singularity present in conventional black hole geometries. These black hole microstates or fuzzballs also provide a mechanism to evade the information paradox as the microstate structure extends all the way until the black hole horizon scale – thus making it feasible for the microstate to emit radiation containing information on the specific microstate.

While the fuzzball proposal is clearly an attractive one from the viewpoint of solving the black hole paradoxes, the status of fuzzballs in string theory is still not completely clear. These microstates are in principle inherently stringy and do not necessarily allow for a description in any tractable limit of string theory such as a supergravity approximation. Up to now, fuzzballs have been mainly studied using certain gravitational solutions, but it is thus not clear if most black hole microstates can be constructed in this fashion (at least for certain specific black holes), nor how much information about generic microstates can be gained from studying these geometries.

The black hole microstate geometries that exist fall into the more general category of multi-centered solutions in supergravity, which exhibit many rich physical phenomena. Chapter 7 investigates a few properties of a specific multi-centered solution consisting of a (background) three-charge black hole and a (probe) supertube. The extremal version of this configuration is studied under variations of the  $B$ -moduli, which are expected to (and do) lift the supersymmetric state to a non-supersymmetric one, although indications are found that this lifting could disappear in the supergravity limit where the supertube is backreacted. The non-extremal multi-centered configuration is also studied, in particular a phase diagram investigating the relation between dynamical stability (lowest energy) and thermodynamic stability (highest entropy) for this system compared to the single-centered black hole; a region of phase space is also found where the single-centered black hole does not exist even though there exist metastable multi-centered states.

---

# Samenvatting

*Brevis esse laboro, obscurus fio.*  
(*Struggling to be brief, I become obscure.*)  
— Horatius, *Ars Poetica*, line 25-26

Deze thesis bevat een verzameling onderzoek dat zich richt op het ruime doel om zwarte gaten en hun eigenschappen beter te begrijpen, in de context van snaartheorie.

## Achtergrond

De 20e eeuw heeft vele sprongen vooruit gekend in ons begrip van fundamentele fysica, zoals beschreven (in populair-wetenschappelijke stijl) in hoofdstuk 1. De belangrijkste ontdekkingen die ons diepe inzichten in de werking van het universum hebben verschaft zijn kwantummechanica (en kwantumveldentheorie) en algemene relativiteit. Kwantummechanica, in de vorm van het standaard model van deeltjesfysica, heeft een ongelooflijk succes gekend in het voorspellen en verklaren van experimenten in deeltjesfysica, terwijl algemene relativiteit gravitationele fenomenen heeft verklaard op grote schalen gaande van ons planetenstelsel tot kosmologische schalen.

Ook al zijn beide theorieën zeer succesvol, het blijkt moeilijk om ze met elkaar te verzoenen omdat zij de wereld vanuit zeer verschillende standpunten beschrijven. Voor de meeste praktische toepassingen is het geen probleem om te weten welke van de twee theorieën toepasbaar is, omdat kwantummechanica geldig is op kleine schalen en algemene relativiteit op veel grotere. Desalniettemin zijn er bepaalde systemen die een grote hoeveelheid materie bevatten op zeer kleine schalen en dan in principe beschreven zouden moeten worden door een unificatie van de twee theorieën – een theorie van kwantumgravitatie. Eén van zulke inherent kwantumgravitationele systemen komt voor als een grote hoeveelheid materie volledig samengedrukt wordt op een kleine plek in een *zwart gat*, dat bedekt is door een horizon waardoor zelfs licht (klassiek) niet kan ontsnappen. Zwarte gaten geven dus een arena waar men kan proberen kwantumgravitatie effecten te bestuderen en begrijpen.

Er zijn twee centrale (niet ongerelateerde) problemen met zwarte gaten, zoals uitgelegd in hoofdstuk 4 en in populair-wetenschappelijke termen in hoofdstuk 1. Een eerste problematische kenmerk is dat er aan zwarte gaten een thermodynamische entropie moet worden toegekend. Omdat entropie ook gerelateerd zou moeten zijn aan een telling van microtoestanden van een gegeven macrotoestand, impliceert dit dat zwarte gaten misschien zouden moeten worden bekeken als een macroscopisch grof gemiddelde over microtoestanden, maar het is helemaal onduidelijk wat deze microtoestanden zouden kunnen zijn. Het tweede probleem is gekend als de “informatie paradox”: het kan aangetoond worden dat zwarte gaten stralen vanaf hun horizon wanneer kwantumeffecten in rekening gebracht worden. Deze straling is thermisch als men die op semi-klassieke manier uitrekent. We verwachten dat deze semi-klassieke benadering op een bepaald moment ongeldig moet worden, omdat thermische straling geen informatie kan bevatten over de materie die het zwart gat heeft gevormd, terwijl we wel verwachten dat we deze informatie zouden moeten kunnen afleiden als we de straling van het zwart gat verzamelen over een voldoende lange periode. Het is ook onduidelijk wat het precieze mechanisme van de straling zou kunnen zijn, hoe het zich zou gedragen en vooral hoe het zou afwijken van thermische straling.

Een kandidaat theorie van kwantumgravitatie, zoals uitgelegd (opnieuw in populair-wetenschappelijke stijl) in hoofdstuk 2, is snaartheorie. Snaartheorie voorziet een theoretisch kader waar zwaartekracht en kwantummechanica verenigd worden op een consistente manier, en heeft in zijn ontwikkeling verschillende diepe inzichten verstrekt over de aard van zwaartekracht. Eén zulk inzicht is de AdS/CFT correspondentie en holografie in het algemeen, waar inzichten van snaartheorie in D-braan dynamica ons hebben geleerd dat gravitationele theorieën equivalent blijken te zijn aan een veldentheorie levend in een dimensie minder. Als snaartheorie echt een consistente theorie van kwantumgravitatie is, moet het ook antwoorden kunnen verstrekken op de twee bovenvermelde paradoxen van zwarte gaten; de ruime motivatie van het onderzoek in deze thesis is om te begrijpen hoe dit zou kunnen gebeuren door gerelateerde aspecten te bestuderen van snaartheorie en zwarte gaten in snaartheorie.

## Onderzoeksresultaten

Het onderzoek in deze thesis is onderverdeeld in drie hoofdstukken die losweg de onderwerpen behandelen van exotische branen, hogere afgeleide correcties, en multacentrische oplossingen; deze thema's en hun contexten worden geïntroduceerd in hoofdstuk 4. De onderzoeksresultaten in deze thesis worden ook voorgesteld in populair-wetenschappelijke stijl in hoofdstuk 3.

## Exotische branen

Exotische branen zijn uitgerekte objecten in snaartheorie die bepaalde zeer onconventionele eigenschappen hebben die hen heel interessant en “exotisch” maken (in contrast met de normalere D-branen). De basis van deze eigenschappen is het feit dat codimensie-twee (dus verspreid over zeven ruimtelijke dimensies in 10d snaartheorie) exotische branen een  $U$ -dualiteit monodromie kunnen ondergaan wanneer we rond zo een braan gaan. Omdat  $U$ -dualiteit in het algemeen de metriek met andere velden mengt, betekent dit dat exotische branen multi-gewaardeerde metrieken kunnen hebben en dus niet-geometrische objecten zijn. De  $U$ -dualiteit monodromie van de braan is de enige betekenisvolle manier om lading te definiëren voor deze exotische branen, maar het maakt het ook heel moeilijk om ze te classificeren omdat de exotische braanladingen dus niet in ladingsrasters vallen.

Exotische branen kunnen belangrijk zijn voor de fysica van zwarte gaten omdat het werd aangetoond dat bepaalde microtoestanden van zwarte gaten (zie het pluisbal voorstel hieronder vermeld) geconstrueerd zouden moeten worden met exotische dipool braanladingen. Dit betekent dat de exotische braanladingen onzichtbaar zouden zijn van ver weg (omdat de microtoestand op grote afstanden er moet uitzien zoals het zwarte gat), maar dat ze een rol zouden spelen op afstanden dicht bij de horizon van het zwarte gat. Het is dus van groot belang om een classificatie te hebben die ons vertelt welke exotische branen er bestaan en gegeven hoeveelheden supersymmetrie bewaren, om microtoestanden van zwarte gaten met exotische ladingen te kunnen construeren en tellen.

Hoofdstuk 5 bevat stappen naar een classificatie van deze exotische branen. Exotische branen van codimensie-twee kunnen worden gecomcompactificeerd naar drie dimensies waar ze simpelweg puntdeeltjes zijn. Een volledige classificatie van supersymmetrische oplossingen in drie dimensies wordt gegeven; ook al geeft dit wat inzicht over exotische branen, blijft het moeilijk om deze classificatie van supersymmetrie te relateren aan een classificatie van exotische branen omdat de classificatie niet onmiddellijk gerelateerd blijkt te zijn aan de monodromieën van mogelijke exotische branen. Toch wordt een overvloed aan voorbeelden onderzocht en een paar algemene aanwijzingen worden gevonden voor algemene principes van een dergelijke classificatie.

## Hogere afgeleide correcties

Snaartheorie bevat Einstein zwaartekracht (met twee afgeleiden) in de limiet van kleine kwantumcorrecties en verwaarloosbare snaarlengte. Er bestaan snaarachtige correcties voor Einstein zwaartekracht, die nog klassiek zijn maar die bestaan dankzij de eindige lengte van de snaar. Deze  $\alpha'$ -correcties kunnen worden beschouwd als hogere afgeleide correcties in Einstein zwaartekracht, waar we extra



termen toevoegen aan de gebruikelijke Lagrangiaan met vier of meer afgeleiden. Zulke hogere afgeleide correcties zouden overall klein moeten zijn in gravitationele oplossingen behalve in gebieden waar de krommingschaal de snaarlengte benadert; in deze gebieden zouden hogere afgeleide correcties kwalitatieve verschillen in de geometrie kunnen bezorgen.

Hogere afgeleide correcties in zwaartekracht zouden ook een holografisch dual moeten hebben in de AdS/CFT correspondentie. Ze stemmen overeen met  $1/\lambda$  of  $1/N$  correcties aan kwantiteiten die we holografisch kunnen berekenen in de grote  $N$ , grote  $\lambda$  limiet van klassieke Einstein zwaartekracht; dit geeft niet-triviale controles voor de relevante holografische dualiteit. In hoofdstuk 6 wordt een specifiek systeem van M5-branen gewikkeld op één en twee Riemann oppervlakten bestudeerd vanuit een holografisch standpunt. De hogere afgeleide correcties op de zwaartekracht kant van dit systeem worden gevonden en er wordt aangetoond dat de  $1/N$  correcties die deze impliceren voor de relevante centrale ladingen in de veldentheorieën precies worden gereproduceerd. Onderweg wordt een interessante nieuwe en totnogtoe onverwachte hogere afgeleide correctie gevonden in de hypermultiplet sector en het wordt beargumenteerd dat deze cruciaal voor het verhaal is.

### Multicentrische oplossingen & pluisballen

Een bepaald paradigma in snaartheorie die tracht de bovenvermelde problemen met zwarte gaten in zwaartekracht op te lossen is het zogenaamde pluisbal voorstel (*fuzzball proposal*). In dit idee wordt een zwart gat voorgesteld als een ruw gemiddelde over snaarachtige microtoestanden (die dus de entropie horend bij een zwart gat verklaren); de inherent snaarachtige aard van deze microtoestanden doet de lading en massa van het zwart gat uitspreiden over het inwendige van een zwart gat. Dit uitgespreide inwendige vervangt het slechte gedrag van de singulariteit in conventionele geometrieën van zwarte gaten. Deze microtoestanden of pluisballen van zwarte gaten voorzien ook een mechanisme om de informatie paradox te ontwijken, omdat de structuur van de microtoestand zich helemaal tot aan de horizonschaal uitstrekt en het zo mogelijk wordt voor de microtoestand om straling uit te sturen die specifieke informatie bevat over de microtoestand.

Ook al is het pluisbal voorstel duidelijk aantrekkelijk vanuit het standpunt van het oplossen van de paradoxen van zwarte gaten, blijft de status van pluisballen in snaartheorie nog onduidelijk. Deze microtoestanden zijn in principe inherent snaarachtig en staan niet noodzakelijk een beschrijving toe in een bepaalde handelbare limiet van snaartheorie zoals een supergravitatie benadering. Tot nu toe zijn pluisballen vooral bestudeerd door middel van bepaalde gravitationele oplossingen, maar het is niet duidelijk of de meeste microtoestanden van zwarte gaten

op deze manier kunnen worden geconstrueerd (tenminste voor bepaalde zwarte gaten), noch hoeveel informatie over generieke microtoestanden er kan worden afgeleid door het bestuderen van deze geometrieën.

De microtoestanden die bestaan, vallen in de algemene categorie van multicentrische oplossingen in supergravitatie, die vele interessante fysische fenomenen tentoonstellen. Hoofdstuk 7 onderzoekt een paar eigenschappen van een bepaalde multicentrische oplossing bestaande uit een (achtergrond) zwart gat met drie ladingen en een (sonde) superbuis (*supertube*). De extremale versie van deze configuratie wordt bestudeerd onder veranderingen van de  $B$ -moduli, die verwacht worden de supersymmetrische toestand in een niet-supersymmetrische toestand op te tillen. Dit wordt bevestigd, ook al worden indicaties gevonden dat deze optilling zou kunnen verdwijnen in de supergravitatie limiet wanneer de superbuis terugwerkt op de geometrie. De niet-extremale multicentrische configuratie wordt ook bestudeerd, met name een fase-diagram waar de relatie tussen dynamische stabiliteit (laagste energie) en thermodynamische stabiliteit (hoogste entropie) voor dit systeem vergeleken met de ééncentrisch zwart gat; er wordt ook een gebied in de faseruimte gevonden waar het ééncentrisch zwarte gat niet bestaat ook al bestaan er metastabiele multicentrische toestanden.